الرياضيات واللغة والتواصل[1]

جهاد الشويخ

ملخص:

النظرة النمطية السائدة حول الرياضيات هي أنها مجردة وشكلية ورمزية، وبخاصة في الكتابة، حيث يختفي دور الإنسان. ومن أبرز أمثلة هذا التوجه هي الكتابة بصيغة المبني للمجهول، وسيطرة الجمل الاسمية، وإخفاء الفعل بحيث لا يظهر من يقوم بعملية الجمع، وكأن الرياضيات توجد بشكل مستقل عن الخبرات الإنسانية. لم تتقبل العديد من الدراسات فكرة انسلاخ الرياضيات عن الواقع البشري، حيث ركزت على الواقع الاجتماعي والثقافي لتعلم وتعليم الرياضيات، والنظر إليها كفعل اجتماعي يمكن تفسيره من خلال ربطها باللغة. ومع التطورات التي حدثت في مجال اللسانيات الاجتماعية (sociolinguistics) بشكل خاص، والنظر إلى اللغة كنظام سيميائي لبناء المعاني، برزت السيميائية الاجتماعية التي تناولت أنظمة سيميائية أخرى للتمثيل والتواصل كالصور والإيماءات.

أتناول هنا العلاقة بين اللغة وتعلم وتعليم الرياضيات، ودور الأولى في تحليل الخطاب الرياضي، والكشف عن صورة الرياضيات المقدَّمة في مناهج الرياضيات المدرسية الفلسطينية، من خلال تتبع مفهوم رياضي إحصائي في صفوف مختلفة. ثم أختم بتبعات تربوية لتحليل كهذا.

توطئة:

النظرة النمطية السائدة حول الرياضيات هي أنها مجردة وشكلية ورمزية (Morgan, 1996). ولعل أبرز مظاهر هذه النظرة هي الكتابة في الرياضيات، التي يجب إخفاء دور الإنسان في الفعل الرياضي فيها. ولقد عبّر عن هذه الفكرة ديفيز وهيرش في كتابهما **الخبرة الرياضية** (Davis & Hersh, 1981)، عندما قدما وصفاً للكتابة السائدة في الرياضيات التي يجب أن يتبعها الرياضي المثالي:

> يجب أن تتبع كتابته [أي الرياضي المثالي] عرفاً غير قابل للكسر: إخفاء أي علامة أن المؤلف أو القارئ المقصود هو إنسان (p. 36).

ومن أبرز أمثلة هذا التوجه هي الكتابة بصيغة المبني للمجهول، وسيطرة الجمل الاسمية، وإخفاء الفعل (Halliday, 1975). مثلاً، تحويل الفعل **يجمع** إلى **مجموع** في «مجموع زوايا المثلث 180°»، بحيث لا يظهر من يقوم بعملية الجمع، وكأن الرياضيات توجد بشكل مستقل عن الخبرات الإنسانية (Morgan, 1996). قد يكون من نتائج هذا التوجه –إخفاء الفعل الإنساني في الرياضيات– تلك النظرة النمطية حول الرياضيات، بين الناس بشكل عام، وطلبة المدارس بشكل خاص، بأنها صعبة ومجردة، ولا علاقة لها بالواقع الإنساني.

هناك العديد من الدراسات والأبحاث التي لم تتقبل فكرة انسلاخ الرياضيات عن الواقع البشري، وتحدّت التوجه المذكور، وركزت على الواقع الاجتماعي والثقافي والسياسي لتعلم وتعليم الرياضيات (مثلاً: Fasheh, 1997; Lerman, 1990). وأكثر من ذلك، من خلال النظر إلى الرياضيات على أنها فعل اجتماعي، حاول الباحثون/ات تقديم تفسيرات لهذا الفعل من خلال ربط الرياضيات باللغة (Pimm, 1987). ومع التطورات التي حدثت في مجال اللغويات الاجتماعية (sociolinguistics) بشكل خاص، والنظر إلى اللغة كنظام سيميائي لبناء المعاني (Halliday, 1978)، برزت السيميائية الاجتماعية التي تناولت أنظمة سيميائية أخرى للتمثيل والتواصل مثل الصور (Kress & Van Leeuwen, 2006)، والإيماءات (Radford, 2009).

أتناول في ورقتي العلاقة بين اللغة وتعلم وتعليم الرياضيات، ودور الأولى في الخطاب الرياضي. وأوجز وضع البحث "العربي" في هذا الموضوع. كما أعرض بعض الأمثلة من مناهج الرياضيات المدرسية الفلسطينية، مع تحليل لها حسب إطار نظري لغوي لتحليل النص الرياضي.

1. علاقة اللغة بالرياضيات

تطور البحث حول علاقة اللغة بالرياضيات كثيراً منذ الثلث الأخير من القرن الماضي. فقد انتقلت النظرة من الرياضيات كلغة إلى فكرة «السجل الرياضي» (Halliday, 1975)، إلى النظرة إلى الرياضيات كخطاب (Morgan, 1996; Pimm، 1987; Sfard, 2008)، بما فيها التطورات اللاحقة بأن هذا الخطاب هو متعدد صيغ التواصل (الصور والإيماءات والرموز إلى جانب اللغة). وقبل أن أتناول باختصار كلاً من هذه النظرات، لا بد من الإشارة إلى أن هذه النظرات تتفق على أن الفعل الرياضي هو فعل اجتماعي، وهو كأي فعل اجتماعي آخر يلعب التواصل (communication) فيه، وبالتالي اللغة كصيغة تواصل، دوراً جوهرياً.

الرياضيات كلغة:

قد لا تزال النظرة السائدة هي أن للرياضيات لغة خاصة: اللغة الرياضية التي تشمل الرموز والأرقام ومفردات رياضية خاصة (Morgan, 2000, 2009). ويتعدى الأمر ذلك، فالنظرة العامة السائدة بين الباحثين؛ سواء في الرياضيات أو في تعلم وتعليم الرياضيات، أن اللغة المكتوبة أو المحكية "نسخة ناقصة وغير دقيقة وغامضة من النظم الرمزية الرياضية" (Morgan, Ferrari, Duval, & Høines, 2005, p. 789). وحسب هذه النظرة، فإن تعلم الرياضيات هو اكتساب هذه اللغة، والقدرة على قراءتها والتحدث بها، وأن عدم تمكن الطلبة من ذلك سبَّبَ عدم قدرتهم على فهم الرياضيات و/أو اعتبارها موضوعاً صعباً. في مراجعتهم المفصلة لعلاقة اللغة بالرياضيات، تناول أوستن وهاوسن (Austin & Howson, 1979) فكرة التنقل بين الرمزية الرياضية واللغة "الطبيعية" كأحد مصادر صعوبة تعلم الرياضيات بين الطلبة، وذكروا مثال 6+2=8، و8-2=6. ففي المثال الأول، تعني إشارة المساواة "تجعل"، بينما في المثال الثاني تعني "تبقى". وقد تناول هاليداي العلاقة بين اللغة الطبيعية والمفردات الرياضية الخاصة عندما تحدث عن "السجل" الرياضي.

السجل الرياضي (mathematics register):

ما يهم في علاقة اللغة بالرياضيات، بالنسبة لهاليداي، هو استخدام اللغة الطبيعية في الرياضيات والتعبير عنها لأغراض رياضية. فالسجل الرياضي ليس فقط الكلمات والبنى/التراكيب، بل «المعاني، بحيث تشمل أنواع المعنى وصيغ الجدل». ويذكر بعض الأمثلة في كيفية دخول كلمات إلى اللغة الإنجليزية (أو إعادة استخدام كلمات فيها) مثل: المجموعة set، النقطة، الضرب multiply، مثلث قائم الزاوية right-angled triangle أو الجبر، أو تراكيب لغوية جديدة مثل "مجموع المتسلسلة حتى (ن) من الحدود" ‹the sum of the series to n terms›.

حاول ديفيد بمْ (Pimm, 1987) استخدام فكرة السجل الرياضي في أبحاثه في تعلم وتعليم الرياضيات، واهتم بعلاقة اللغة بالرياضيات، حيث ركز على فكرة المجاز أو الاستعارة (metaphor)، وأنه ربما تكمن الصعوبة التي يجدها الناس في تعلم الرياضيات في كثرة استخدام المجاز فيها. ويميز بمْ بين نوعين من المجاز: مجازات من خارج الرياضيات (مثال: الشكل هو صورة)، ومجازات بنيوية رياضية (مثال: المثلثات الكروية).

أيضاً اهتم باحثون آخرون في علاقة اللغة بالرياضيات بتناول مفاهيم مثل الاشتراك البوليسيمي، أو تعدد المعنى[2] (Polysemy)؛ مثل فورستر وبايك (Forrester & Pike, 1997)، والكناية (metonymy) مثل بريسميغ (Presmeg, 1998)، وعلاقة هذه المفاهيم بتعلم الطلبة للرياضيات أو بتعليمها.

كذلك تشكل قضية غموض (ambiguity) بعض الكلمات مصدراً آخر للصعوبة في تعلم وتعليم الرياضيات المدرسية. انظر مثلاً: الفرق (difference)، التفاضل، التكامل، العدد النسبي (Durkin & Shire, 1991). ويذكر بمْ (Pimm, 1987, p. 8) مثالاً على كيفية فهم طالب لكلمة "الفرق" عندما سأل: ما الفرق بين 24 و9؟ أجاب: الأول يتكون من رقمين، والثاني يتكون من رقم واحد. في إحدى المقابلات حول الفهم الهندسي (الشويخ، 2005) مع طالب في الصف السادس، سألته: كيف تميز المعين؟ أجاب أن الشكل "يعين" المربع، والمستطيل [بمعنى يساعد]. وأتذكر أول دخولي لجامعة بيرزيت (في رام الله) في مساق التفاضل والتكامل كيف أنني لم أفهم معنى كلمة اقتران (function) مدة عام كامل قبل أن أكتشف أنها هي نفسها كلمة "الدالة" المستخدمة في قطاع غزة.

وقد تناول بارويل (Barwell, 2005) قضية الغموض (ambiguity) وعلاقتها بتعلم وتعليم الرياضيات. فتعلم الرياضيات حسب بارويل ليس فقط معرفة المفردات الرياضية، بل المشاركة في الخطاب الرياضي، حيث توفر قضية غموض بعض الكلمات فرصة لتوضيح تفكير الطلبة الرياضي.

الخطاب الرياضي

بدأ الحديث حول الرياضيات كخطاب رياضي بعد تزايد الحديث حول الرياضيات كممارسة اجتماعية، التي تركز على التواصل الاجتماعي والتمثيل في هذا الخطاب، وبخاصة في الثمانينيات. وقد تمظهر هذا الاهتمام في وضع التواصل والتمثيل (Representation) ضمن معايير تعليم وتعلم الرياضيات التي وضعها المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأميركية (National Council of Teachers of Mathematics، 2000) – واحدة من أشهر المؤسسات في العالم لتعليم الرياضيات وتعلمها.

وبرزت فكرة الرياضيات كخطاب في أعمال الكثير من الباحثين، وضمن نظرات مختلفة؛ مثل البنائية الاجتماعية، والاجتماعية الثقافية، والسيميائية الاجتماعية (لمزيد من التفاصيل، انظر: Schleppegrell 2007)، حيث ركزت هذه النظرات على التواصل والتمثيل في هذا الخطاب. تناولت سفارد (Sfard، 2008)، مثلاً، هذا الخطاب من زاوية اجتماعية وذهنية لتقترح توجه تواصل-ذهني (commognitive)، تفصّل فيه خصائص الخطاب الرياضي، مركزة فيه على فكرة اللغة كأساس للتواصل. وقد استخدمت مورغان (Morgan، 1996) النحو الوظيفي النظامي Systemic Functional Linguistics لهاليداي (Halliday، 1985) في تحليل الخطاب الرياضي، وهذا ما سأقوم باستخدامه كإطار نظري لمحاولتي هذه في النظر إلى بعض كتب الرياضيات المدرسية الفلسطينية.[3]

لكن قبل تقديم هذا الإطار النظري، أود التعليق بسرعة على وضع البحث التربوي حول علاقة اللغة العربية بتعلم وتعليم الرياضيات.

نظرة سريعة على البحث التربوي «العربي» (المكتوب بالعربية):

تبدو علاقة اللغة بتعلم وتعليم الرياضيات فكرة غير مطروقة في البحث التربوي باللغة العربية، وإن اقتصرت المحاولات ذات العلاقة على نظرة «ضيقة» لهذه العلاقة، وبخاصة في حل المسائل الكلامية ومفاهيم الطلبة البديلة أو المفاهيم الخاطئة المسبقة (misconceptions) كما جاءت في كلاسيكيات البحث في تعلم وتعليم الرياضيات (Erlwanger، 1973)، كسبب في الصعوبات التي يواجهها الطلبة في تعلم الرياضيات. وتتركز النظرة هنا إلى الرياضيات على أنها معزولة عن العلوم أو المواضيع الأخرى أو المجتمع، باستثناء كيفية استخدام الحساب في الحياة العملية. ولعل أغلبنا يتذكر أول ما يمكن أن يقوله معلمو ومعلمات الرياضيات عندما يسألهم الطلبة لماذا تعلموننا رياضيات في

جانب من مشاركة الأطفال في فعاليات أيام العلوم الفلسطينية في غزة 2014 .

المدارس: لإجراء العمليات الحسابية عند الذهاب لشراء حاجيات.

ويبدو أن الفصل بين اللغة والرياضيات أمر لا يقتصر على البحث كنشاط أكاديمي فحسب، بل يمتد ليشمل النظرة "الشعبية" السائدة. ففي محاولة للبحث في جوجل بالعربية عن اللغة العربية والرياضيات، حصلت على أكثر من مليون نتيجة تشمل "علاقة اللغة بالرياضيات"، أو "تمارين في اللغة والرياضيات"، ... الخ. وعند تحديد البحث بوضع اللغة العربية والرياضيات بين إشارات التنصيص، حصلت أيضاً على أكثر من ربع مليون نتيجة لا تختلف عن الأولى في فصلها بين العربية والرياضيات. ومن النتائج اللطيفة هي النكات التي يضعها بعض المتصفّحين للحديث عن علاقة الرياضيات باللغة، والتي تبرز الفصل بينهما وعدم وجود مثل تلك العلاقة.[4]

إحدى النتائج التي حصلت عليها هو مقالة بعنوان «لغة الرياضيات ولغة السياسة» (ديوب، 2012)، والتي تتمظهر فيها النظرة السائدة للرياضيات كلغة مجردة بعيدة عن المجتمع و«المصالح». فيما يلي بعض ما استخدمه الكاتب في وصف الرياضيات:

> «مما لا شك فيه هو أن لغة الرياضيات هي لغة العقل المحايد، أي العقل الحر المبدع (...).
>
> لغة الرياضيات هي لغة الحق المجرد (...)
>
> لا تستقيم لغة الرياضيات مع لغة المصالح».

على الرغم من النظرة الضيقة لعلاقة اللغة بالرياضيات (دور اللغة في سهولة أو صعوبة تعلم الرياضيات) وفصل الرياضيات عن المجتمع، فإن هناك بعض المحاولات الرائدة أو الأولية في بحث هذه العلاقة، وبخاصة للباحثة محبات أبو عميرة في دراستها بعنوان «لا للجنسوية في كتب الرياضيات» (أبو عميرة، 1996)، التي قامت بتحليل صورة ودور كل من المرأة والرجل في الكتب المدرسية للصفوف الخمسة الأولى في مصر؛ سواء داخل النصوص أم في عدد المؤلفين لهذه الكتب. وقد وجدت الباحثة تحيزاً عالياً للرجل الذي يظهر بتسلم الأدوار القيادية (مدير، عالم، باحث، خبير، ... الخ) على حساب المرأة التي تظهر على أنها ربة بيت أو تابعة للرجل؛ سواء في اللغة المستخدمة أو في الصور الموضوعة في الكتب المدرسية.

أيضاً حاولت جابر وكشك (2007) استكشاف هذه العلاقة، حيث تراوح موقفهما بين اعتبار الرياضيات لغة خاصة «كالإنجليزية، والعربية، واليابانية» (ص 13)، واعتبار الرياضيات «كنظام من العلامات» (ص 14)، و«وسيطاً سيميائياً وأداة تواصل تمكن الطلبة من بناء المعاني» (ص 21). ويبقى الإطار العام لهذه المحاولة –كما يظهر من عنوانها– تقديم أنشطة وتمارين للمعلمين والمعلمات بهدف «إثراء الثقافة الرياضية عند الطالب والمعلم، وجعل الرياضيات ذات معنى» (ص 7).

وعلى الرغم من هذه المبادرات، فإنها لم تتناول كيفية استخدام اللغة كنظام تواصلي يمكن تحليله وفحص بنيته في التعبير عن الرياضيات. سأحاول فيما تبقى تقديم إطار نظري للعلاقة بين اللغة والرياضيات، ثم ذكر مثال تطبيقي من منهاج الرياضيات المدرسية الفلسطينية، وأنهي المقالة بعرض بعض التبعات التربوية.

2. إطار مورغان اللغوي لتحليل النص الرياضي

اعتماداً على علم اللغة الوظيفي النظامي (Systemic Functional Linguistics) لهاليداي (Halliday، 1985)، قدمت مورغان (Morgan، 1996) إطاراً لغوياً لتحليل النصوص الرياضية مبنياً على فكرة أن أي نص (فعل اجتماعي) يحقق ثلاث وظائف أساسية هي: الوظيفة الفكرية (ideational)، الوظيفة التبادلية (interpersonal)، الوظيفة النصية (textual). وأتطرق فيما يلي لكل منها في مجال النص الرياضي.

2.1 الوظيفة الفكرية – تمثيل الرياضيات:

حسب هاليداي، نستخدم اللغة للتعبير عن أفكارنا حول خبراتنا في

جانب من مشاركة الأطفال في فعاليات أيام العلوم الفلسطينية في غزة 2014.

العالم الذي نعيش فيه، وعن طرق تمثيلنا وتفسيراتنا لهذه الخبرات. أحد تمثيلات هذه الوظيفة في الرياضيات هو صورة الرياضيات (والنشاط الرياضي) المقدَّمة في النص، الذي نقوم به أثناء استخدامنا للغة: هل هي مستقلة عن الإنسان أم أن الإنسان يقوم ببنائها؟ وعليه يكون السؤال المركزي هنا ماهية/طبيعة الرياضيات المقدَّمة في النص، أو بكلمات أخرى ما الذي يُظهر أو يبين أن هذا النص يتحدث عن الرياضيات، وهذا يشمل القضايا التالية:

أ. ما الأحداث أو الأنشطة أو الكائنات (objects) التي يمكن اعتبارها رياضية؟

ب. كيف تتوجد الرياضيات (خلق/إنشاء أم اكتشاف)؟

ج. ما دور الإنسان في الرياضيات؟

للتعرف على صورة الرياضيات المقدمة في النص، تستخدم مورغان أولاً نظام التعدي (transitivity)، أي التعرف على أنواع العمليات (processes) والمشاركين/الفاعلين في هذه العمليات. ولقد عرف هاليداي ست عمليات (أو صيغ تعدي) لغوية: مادية، ذهنية، علائقية، سلوكية، وجودية، لفظية – الثلاث الأولى منها أكثر شيوعاً. هذه العمليات تعبر عن ماهية النشاط الرياضي المقدم في النص. مثلاً استخدام عمليات مادية في النص قد يعني أن الرياضيات تتوجد من خلال الفعل كما في: "أجد باستخدام المنقلة قياس كل من: ∠ س ص ع، ∠ع ص م" (وزارة التربية والتعليم العالي، مركز المناهج، 2004، الصف الرابع الأساسي- الجزء الأول، ص 107).[5]

الجانب الثاني الذي تقوم مورغان باستخدامه للتعرف على صورة الرياضيات المقدمة في النص، هو ماهية الكائنات الرياضية (mathematical objects) المشارِكة في النص، ودورها في العمليات الرياضية. مثلاً، يمكن تعريف مفهوم الاقتران بأنه علاقة بين كميتين، كما يمكن إجراء بعض العمليات الرياضية عليه كالتحويلات. ويتم التعبير عن هذه الإجراءات نحوياً عن طريق استخدام (nominalisation) "النقل إلى الإسمية" – تغيير الفعل إلى اسم مثل دوران أو تحويل الأفعال (actions) إلى كائنات/أشياء (objects) كما يذكر هاليداي ومارتن (Halliday & Martin، 1993) كما في المثال التالي (كما ورد في الشويخ Alshwaikh، 2011):

إذا **جمعنا** الزوايا في أي مثلث نحصل على 180°

أو

يدور هذا الشكل نصف دورة

إلى:

مجموع زوايا المثلث 180°

أو

الدوران دورة كاملة

إحدى نتائج النقل إلى الإسمية إخفاء الفاعل، الأمر الذي (يـ) ساعد على رؤية الرياضيات بمعزل عن الفعل الإنساني البشري،

جانب من مشاركة الأطفال في فعاليات أيام العلوم الفلسطينية في غزة 2014.

وهذا ما وجدته أيضاً دراسة بيرتون ومورغان، وديفيس وهيرش (Burton & Morgan، 2000; Davis & Hersh، 1981) حول كتابة الرياضيين، حيث يقول ديفيس وهيرش:

يجب أن تتبع كتابته [أي الرياضي المثالي] عرفاً غير قابل للكسر: إخفاء أي علامة أن المؤلف أو القارئ المقصود هو إنسان (p. 36).

2.2 الوظيفة التبادلية (أو العلائقية أو الاجتماعية) (Interpersonal) – أدوار كل من المؤلف والقارئ والعلاقة بينهما: تعبر هذه الوظيفة عن العلاقة الاجتماعية والشخصية بين مؤلف النص والآخرين – القرّاء. ويتم التعبير عن هذه العلاقة عبر ثلاثة مؤشرات:

أ. استخدام الضمائر: مثلاً ضمائر المتكلم (أنا، نحن) يدل على انخراط المؤلف في الفعل كما في هذين المثالين من الصف العاشر، الجزء الثاني (ص 10، و21):

لاحظ أننا أثبتنا صحة المتطابقات في الأمثلة السابقة إعلاه وذلك بالبدء بأحد الطرفين والحصول على الطرف الآخر، ويمكن استخدام طرق أخرى لإثبات المتطابقات بأن نأخذ كل طرف على حدة ونبين أنهما يساويان كمية واحدة.

بينما قد يفسر استخدام ضمائر المخاطب كدلالة على علاقة قريبة مع القارئ (ج 1، ص 12 و17):

أوجد قيمة كلٍ من النهايات التالية (إن وجدت):

أما إخفاء الفاعل فقد يدل على علاقة «رسمية» مع المؤلف (ج 2، ص 8 و37):

قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر

ب. استخدام مصطلحات أو مفردات أو تعبيرات رياضية متخصصة تُظهر أن الكاتب ينتمي إلى جماعة الرياضيات، مثلاً: *افترض أن س هي ...، دعنا نفترض أن س هي ...*) التي تظهر أن الكاتب ينتمي إلى جماعة الرياضيين.

ج. جهة الاستخدام (Modality) للتعبير عن درجة اليقين أو درجة تأكد القائل من قوله من خلال استخدام الأفعال المساعدة المنقوصة (must، will، could)، أو الحال (*بالتأكيد*) أو الصفة (*أنا متأكد*) في اللغة الإنجليزية، وأفعال الرجحان في اللغة العربية (Al-Tamini، 2012) مثل *ظن* أو زعم، أو **الفعل المؤكد وغير المؤكد مثل** *«سنسمي القطعة المستقيمة العمودية ... المحور المرافق»* (ج2، ص 12، و79).

2.3 الوظيفة النصية (Textual) – خلق/بناء نص رياضي

تتناول مورغان هنا الطرق التي يتم فيها بناء نص متماسك وذي معنى كي توضح نوع النص كنص رياضي. وهنا تكمن الحاجة إلى النظر إلى الخصائص الداخلية للنص، والخارجية أيضاً. حيث يتم فحص هذه الوظيفة أيضاً من خلال ثلاثة معايير: تطور ثيمة النص أو مغزاه، طرق عرض التعليل/السبب، البنية الكلية للنص.

أ. تطور ثيمة النص أو مغزاه: ما هي أنواع الثيمات المستخدمة: حجة استنباطية (deductive) (إذن، لذا، باستخدام النظرية، لـ، ... الخ). أو ثيمة زمنية (مثل: أولاً، ثانياً، إذن، ... الخ).

ب. طرق عرض التعليل/السبب: يمكن التعبير عن التعليل بأكثر من طريقة مثل أدوات الربط (بسبب، إذن)، الأسماء، (السبب هو)، أفعال (س تسبب ص) أو أحرف الجر (بسبب أن أو لـ)

ج. البنية الكلية للنص: يمكن التعبير عن تماسك النص من خلال أقسام النص أو الفقرات والترابط بينها، أو تصميمه (layout)، ... الخ.

يلخص الجدول 1 هذا الإطار النظري.

الجدول 1: إطار مورغان اللغوي لتحليل النص الرياضي

الوظيفة	دلائل للتحليل
الوظيفة الفكرية (Ideational) تمثيل الرياضيات	• أنواع العمليات (Processes) • المشاركين/الفاعلين في هذه العمليات • عرض أو إخفاء الفاعل مثل استخدام (Nominalisation)
الوظيفة التبادلية (Interpersonal) أدوار المؤلف والقاري والعلاقة بينهما	• استخدام الضمائر • استخدام مصطلحات/مفردات رياضية متخصصة • جهة الاستخدام (Modality)
الوظيفة النصية (Textual) بناء نص رياضي	• تطور ثيمة النص أو مغزاه • طرق عرض التعليل/السبب • البنية الكلية للنص

وبسبب محدودية الفراغ المتاح هنا، سأتناول مثالاً أوضّح فيه الوظيفتين الفكرية والتبادلية من صفين مختلفين من كتب الرياضيات المدرسية الفلسطينية.

3. مثال تطبيقي من المنهاج الفلسطيني

ينقسم النظام التربوي في فلسطين (الضفة الغربية وقطاع غزة) إلى مرحلتين تعليميتين: الأساسية (الصفوف العشر الأولى) والثانوية (عامان دراسيان: 11، و12). وتنقسم المرحلة الأولى إلى قسمين: المرحلة الأساسية الدنيا (الصفوف الأربعة الأولى) والمرحلة الأساسية العليا (الصفوف 5 حتى 10). قمت باختيار ثلاثة صفوف للنظر إلى كتب الرياضيات فيها، وهي الصفوف الرابع والعاشر الأساسية والصف الثاني عشر. يكمن السبب الرئيسي في هذا الاختيار في أن كل صف يمثل نهاية مرحلة: فالرابع هو نهاية المرحلة الأساسية الدنيا، والعاشر هو نهاية المرحلة الأساسية بشكل عام، أما الثاني عشر، فإضافة إلى أنه نهاية المرحلة الثانوية، فهو أيضاً نهاية التعليم المدرسي العام في فلسطين.

إضافة إلى اختيار الصف المدرسي، ارتأيت التركيز على مفهوم رياضي محدد، الأمر الذي يمكنني من النظر إلى كيفية التسلسل اللغوي لهذا المفهوم في الصفوف الثلاثة المذكورة. ربما تناول أكثر من مفهوم رياضي في أكثر من موضوع، يعطي صورة أشمل وأعم لاستخدام اللغة في الرياضيات المدرسية، لكن قيود الكتابة لهذه الورقة لا تتيح الفرصة لتناول مفاهيم عدة بتوسع، هذا إضافة إلى أن التركيز على مفهوم واحد سيظهر التطور في استخدام اللغة لذلك المفهوم. وقد اخترت مفهوم الاحتمال لأنه موضوع يتكرر في كل صفوف التعليم المدرسي الفلسطيني.

لعل النظر إلى مفهوم الاحتمال وكيفية تسلسله في الكتب المدرسية (من الصف الرابع حتى الصف 12 – طبعات 2004 حتى 2006) يعطي "انطباعاً" عاماً وسريعاً عن كيفية استخدام اللغة في الرياضيات، وكيفية تطور تقديم مفهوم الاحتمال في الكتب المدرسية. تظهر الاقتباسات المختلفة 1، 2، 3 (الشكل 1) من صفوف الرابع (ج 2، طبعة 2004)، والعاشر (ج 2، طبعة 2005)، والثاني عشر (ج 2، طبعة 2006)، بالترتيب، بعضاً من هذا التطور. تتشابه الاقتباسات في أنها تتناول تعريفات لمفاهيم أساسية في الاحتمالات، ولكنها أيضاً مختلفة. فبينما يتناول الاقتباس الأول مفهوم التجربة الاحتمالية، يتناول الاقتباس الثاني مفهوم الاحتمال، والاقتباس الثالث يتناول مفهوم الاحتمال المشروط. وعلى الرغم من اختلاف المحتوى الرياضي لكل اقتباس، فإنه يمكن القول إن هناك ملاحظتين عامتين حول ذلك:

- اختفاء الفعل أو العمليات المادية وسيطرة العمليات العلائقية التي تظهر الرياضيات على أنها نظام علاقات بين كائنات رياضية لا دور للإنسان فيها.
- سيطرة الرموز على النص الرياضي: إن تتبع مفهوم الاحتمال يظهر أشخاصاً يقومون بالفعل الرياضي (الصفان الرابع والخامس)، وغالباً ما يكون الفاعل معلوماً (طالب بالغالب)، ثم يبدأ الفعل المبني للمجهول في الظهور في الصف السادس، وتدريجياً تسيطر الرموز.

الاقتباس رقم 1: (صف 4، ج 2، ص 126)

التجربةُ الاحتمالية هي: تجربةٌ تتغير نتائجُها بين مرةٍ وأخرى، ويمكن معرفة جميع النتائج الممكنة لها قبل إجراء التجربة، ولكن لا يمكنني تحديد تلك النتيجة إلا بعد إجراء التجربة.

الاقتباس رقم 2: (صف 10، ج 2، ص 75)

٧ - ٤ مفهوم الاحتمال

إذا كان Ω فضاء عيني يعطي نفس فرصة الوقوع لكل عنصر من عناصره، فإن

احتمال الحادث ح = عدد عناصر ح / عدد عناصر Ω ، ويكتب ل (ح) = ع (ح) / ع (Ω)

الاقتباس رقم 3: (ص 12، ج 2، ص 90)

تعريف: (الاحتمال المشروط)

إذا كان ح١ ، ح٢ حادثين في فراغ عيني Ω بحيث ل(ح٢) ≠ ٠ ، فإن احتمال وقوع ح١ بشرط وقوع ح٢، ويرمز له بالرمز ل(ح١ / ح٢)، يعرف هكذا:

ل(ح١ / ح٢) = ل(ح١ ∩ ح٢) / ل(ح٢) ، ل(ح٢) ≠ ٠

الشكل 1: ثلاثة اقتباسات من ثلاثة صفوف مدرسية مختلفة

أحاول الآن تطبيق نموذج مورغان اللغوي (مركزاً فقط على الوظيفتين الفكرية والتبادلية) على الاقتباسين الأول والثالث أعلاه، إذ "يتشابه" الاقتباسان 2 و3 في العديد من الخصائص "اللغوية" ذات العلاقة، على الرغم من استخدام الأخير للرموز، وإن كنت سأعلق أحياناً على الاقتباس الثاني.[6]

3.1 الوظيفة الفكرية

العمليات والمشاركون: العملية التي تظهر في الاقتباس 1 عملية مادية (تكرار كلمة تجربة ثلاث مرات في التعريف) – هذا قد يعني أن الرياضيات تنوجد من خلال الفعل الإنساني. كما يظهر الزمان (temporality) (Morgan، 2001) في وصف حدوث العملية من خلال استخدام "مرة وأخرى" و"قبل" و"بعد"، الأمر الذي يؤكد على الفعل البشري في إنتاج الرياضيات. لا تظهر هذه الزمانية في الاقتباسين الثاني والثالث. كذلك لا يُظهر الاقتباس الأول طبيعة المشاركين، إذ أن جميع النص هو تعريف للتجربة الاحتمالية على الرغم من أن "لا يمكنني تحديد" تُظهر الدور الإنساني كـ"عارف" يراقب التجربة في العملية الرياضية.

أما الاقتباسان 2، و3، فتطغى فيهما العملية العلائقية، حيث تظهر الرياضيات كأنها علاقة بين كائنات رياضية مستقلة (احتمال الحادث، أعداد عناصر الحادث والفضاء العيني في الاقتباس 2، والاحتمال المشروط في الاقتباس 3)، إضافة إلى استخدام الفعل المبني للمجهول "يُكتب" الذي يخفي الفاعل، الأمر الذي يظهر الرياضيات على أنها مستقلة عن النشاط الإنساني.

3.1 الوظيفة التبادلية

- استخدام الضمائر: يستخدم الاقتباس 1 ضمير المتكلم

في «يمكنني» التي تدل على انخراط الطالب/ة في الفعل الرياضي،[7] في حين يختفي الفاعل في الاقتباسين 2 و3، الأمر الذي قد يدل على علاقة «رسمية» مع المؤلف.

- استخدام مصطلحات/مفردات رياضية متخصصة: في الوقت الذي لا يستخدم فيه الاقتباس رقم 1 أي مصطلحات أو رموز رياضية متخصصة (الأمر الذي قد يعني أن المؤلف لا ينتمي إلى جماعة متخصصة في الرياضيات)، يستخدم الاقتباس 2 مصطلحات ورموزاً رياضية متخصصة. وتتحدث مورغان (Morgan، 2001) عن النمط السائد حول الرياضيات في أوساط العاملين في الرياضيات (باحثون أو معلمون ومعلمات أو حتى باحثون في تعلم وتعليم الرياضيات) في أن الكتابة حول الرياضيات يجب أن تكون رمزية ومبنية للمجهول، ولا تظهر فيها أي خصائص زمنية. لذا يمكن القول إن الاقتباس رقم 2 يتعامل مع القارئ (الطالب) كعضو محتمل في جماعة من يعملون في الرياضيات، ويتم تدريبه لدخول الخطاب المتخصص.
- جهة الاستخدام (modality): تظهر درجة عدم اليقين في الاقتباس 1 مقابل درجة يقين "مطلقة" في الاقتباس 2 على الرغم من أن موضوع الدرس هو الاحتمال.

ربما لا يمكنني التعميم من خلال الأمثلة المحدودة المقدمة هنا. لكن يمكنني القول إن صورة الرياضيات في الكتب المدرسية الفلسطينية، فيما يتعلق على الأقل بمفهوم الاحتمال، تميل أكثر إلى أن هذه الرياضيات موجودة بشكل مستقل عن البشر والفعل الإنساني. الأمر المثير أن هذه الصورة تتعزز أكثر كلما تقدم الطالب في المدرسة. أو بكلمات أخرى، تزداد درجة تجريد الرياضيات كلما كان الصف المدرسي أعلى (لاحظ/ي مثلاً الاقتباس رقم 3 في تعريف الاحتمال المشروط. ويبدو أن الأمر لا يقتصر هنا على اللغة المستخدمة، بل إلى الصور المرسومة على أغلفة الكتب المدرسية. إذ تظهر رسومات أطفال وطلبة على أغلفة الصفوف الدنيا، وتبدأ بالتلاشي تدريجياً كلما تقدمت درجة الصف المدرسي حتى تختفي تماماً في الصفوف العليا والثانوية. لكن هذا (التحليل البصري للكتب المدرسية) هو أمر آخر يحتاج إلى بحث وعمق أكثر ولا مجال له هنا.

4. تبعات تربوية

هناك حاجة ملحة للنظر إلى اللغة في الرياضيات وعلاقتها بالنظرة السائدة للرياضيات والبحث التربوي المتعلق بتعلم وتعليم الرياضيات والممارسة التربوية داخل الصف المدرسي، أو في كتابة كتب الرياضيات المدرسية.

جانب من مشاركة الأطفال في فعاليات أيام العلوم الفلسطينية في غزة 2014.

النظرة السائدة إلى الرياضيات: قد تساعد النظرة إلى الرياضيات –على أنها فعل اجتماعي يستخدم اللغة– على تحدي النظرة السائدة أن للرياضيات لغتها الخاصة، وتحتاج إلى أناس خاصين لفهمها وتعلمها وتعليمها.

البحث: لا علم لدي عما كتب باللغة العربية عن أبحاث مماثلة (باستثناء ما ذكر في مراجعة الأدبيات)، لكني أستطيع القول من تجربة خاصة في كتابة هذه الورقة، أن هناك حاجة إلى الكثير من العمل في هذا المجال. وربما الأكثر إثارة هي النظر إلى اللغة العربية من زاوية علاقتها بالرياضيات، وكيفية استخدامها «الوظيفي» أو السيميائي في التعبير عن المفاهيم والأفكار والبراهين الرياضية.

تعلم وتعليم الرياضيات:
صحيح أن هذه الورقة تناقش تحليل الكتابة الرياضية وأهميتها في تعلم وتعليم الرياضيات، لكن من الضروري عدم اعتبار ذلك تجاوزاً لأهمية الكتابة في تعلم وتعليم الرياضيات، الأمر الذي حث عليه المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM، 2000). للأسف، لا يزال هذان الأمران غائبين عن ساحة العمل والبحث التربوي "العربي".

إضافة إلى ذلك، توفر هذه الورقة إطاراً نظرياً للمعلمين والطلبة لتفسير الكتابة الرياضية. لكن هذا لا يعني بالضرورة تعليم الطلبة بناءً على هذا الإطار، بل ربما يشكل مساعداً –وبخاصة للمعلمين والمعلمات– في كيفية تقييم الطلبة وحثهم على الكتابة الرياضية وتقييم أدائهم.

أيضاً، يوفر هذا الإطار مرجعاً نظرياً ووجهة نظر اجتماعية في كتب الرياضيات في المنهاج الرياضي المدرسي والمعاني التي قد يشكلها الطلبة – بقصد أو دون قصد.

وأخيراً، أود التشديد على أن هذه هي محاولة أولى لي للكتابة في موضوع علاقة الكتابة والرياضيات باللغة العربية، وهي رحلة، على الرغم من صعوبتها، تعلمت منها الكثير.

دائرة المناهج والتعليم، كلية التربية، جامعة بيرزيت
(jalshwaikh@birzeit.edu)

الهوامش:

1 قدمت نسخة أولية عن هذه الورقة في مؤتمر «اللغة العربية في الجامعات الفلسطينية بين الواقع والطموح»، جامعة بيزيت، تشرين الثاني 2012.

2 ترجمات عدة: الاشتراك البوليسيمي أو *تعدد المعنى* أو الوجوه، انظر مثلاً:
http://www.angelfire.com/tx4/lisan/fiqhlughah/polysemy.htm

3 تجاوز البحث في تعلم وتعليم الرياضيات اعتماد اللغة كأساس للخطاب الرياضي إلى النظر إلى الأخير على أنه خطاب متعدد الصيغ (O'Halloran, 2005)، تستخدم فيه صيغ تواصل وتمثيل متعددة كالصورة (Alshwaikh, 2011)، والإيماءات (Morgan & Alshwaikh. 2012; Radford. Bardini. & Sabena. 2007).

4 انظر مثلاً: http://www.uoh4u.com/vb/showthread.php?p=193566

5 فيما يتعلق بجميع الأمثلة المأخوذة من كتب الرياضيات المدرسية، أكتفي لاحقاً بالإشارة إلى رقم الصف والجزء والصفحة فقط.

6 تمت استشارة مورغان في هذا الجزء، وقدمت ملاحظاتها مشكورة (مورغان، اتصال شخصي عبر الإيميل في تشرين الأول 2012).

7 هناك ميل عام في الكتب المدرسية الفلسطينية نحو الكتابة باستخدام ضمير المتكلم من الصفوف الأول حتى العاشر. وفي الصفين الأخيرين تسيطر ضمائر المخاطب في الأنشطة أو الأسئلة، وتختفي الضمائر عند التعريفات.

المراجع

أ) المراجع باللغة العربية:

أبو عميرة، محبات. (1996). **الرياضيات التربوية: دراسات وبحوث**. القاهرة: الدار المصرية اللبنانية.

جابر، ليانا؛ وكشك، وائل. (2007). **ثقافة الرياضيات: نحو رياضيات ذات معنى**. رام الله، فلسطين: مركز القطان للبحث التربوي، مؤسسة عبد المحسن القطان.

الخماش، سالم. (ب. ت.). «اللغة العربية 101– النحو (الجزء الثاني). متوفر على: www.angelfire.com/tx4/lisan/grammar2.htm، تم استرجاعه بتاريخ 2012/10.

الشويخ، جهاد. (2005). «أنماط التفكير لدى الطلبة الفلسطينيين». رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة بيرزيت، فلسطين.

ديوب، محمد ماجد. (2012). «لغة الرياضيات ولغة السياسة». متوفر على: www.thevoiceofreason.de/article/380، تم استرجاعه بتاريخ 2012/10.

مسعد، زياد. (ب. ت.). «أفعال المقاربة والرجاء والشروع». متوفر على: www.drmosad.com/index33.htm، تم استرجاعه بتاريخ 2012/10.

وزارة التربية والتعليم العالي/مركز المناهج. (2004-6). الرياضيات (المدرسية للصفوف المختلفة). رام الله، فلسطين: المؤلف.

ب) المراجع الأجنبية:

Alshwaikh, J. (2011). *Geometrical diagrams as representation and communication: A functional analytic framework.* Institute of Education, University of London, London.

Al-Tamimi, K. G. N. (2012). Probability meaning of some English and Arabic verbs in some religious texts. *Journal of College of Education, 2*(6), 75 - 95. Available at: http://www.iasj.net/iasj?func=fulltext&aId=46886

Austin, J. L., & Howson, A. G. (1979). Language and mathematical education. *Educational Studies in Mathematics, 10*(2), 161 - 197.

Barwell, R. (2005). Ambiguity in the mathematics classroom. *Language and Education, 19*(2), 117 - 125.

Burton, L., & Morgan, C. (2000). Mathematicians writing. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(4), 429 - 453.

Davis, P. J., & Hersh, R. (1981). *The mathematical experience*. London: Penguin Books.

Durkin, K., & Shire, B. (1991). Lexical ambiguity in mathematical contexts. In K. Durkin & B. Shire (Eds.), *Language in mathematical education: Research and practice* (pp. 71 - 84). Buckingham: Open University Press.

Erlwanger, S. H. (1973). Benny's conception of rules and answers in IPI mathematics. *Journal of Children's Mathematical Behavior, 1*(2), 7 - 26.

Fasheh, M. (1997). Is math in the classroom neutral-or dead? A view from Palestine. *For the Learning of Mathematics, 7*(2), 24 - 27.

Forrester, M. A., & Pike, C. (1997). *Polysemous estimation words in the mathematics classroom: Comprehension and task performance.* Paper presented at the Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, Nottingham & Oxford.

Halliday, M. A. K. (1975). Some aspects of sociolinguistics (UNESCO, Trans.). In *Interactions between Linguistics and Mathematical Education: Final report of the symposium sponsored by UNESCO ,CEDO and ICMI, Nairobi, Kenya September 1 - 11, 1974. UNESCO Report No. ED-74/CONF-808* (pp. 64 - 73). Paris: UNESCO.

Halliday, M. A. K. (1978). *Language as social semiotic: The social interpretation of language and meaning*. London: Edward Arnold.

Halliday, M .A. K. (1985). *An introduction to functional grammar*. London: Edward Arnold.

Halliday, M. A. K., & Martin, J. R. (1993). *Writing science: Literacy and discursive power*. London: Routledge.

Kress, G., & Van Leeuwen, T. (2006). *Reading images: The grammar of visual images* (2nd ed.). London: Routledge.

Lerman, S. (1990). Alternative perspectives of the nature of mathematics and their influence on the teaching of mathematics. *British Educational Research Journal, 16*(1), 53 - 61.

Morgan, C. (1996). *Writing mathematically: The discourse of investigation*. London: Falmer Press.

Morgan, C. (2000). Language in use in mathematics classrooms: Developing approaches to a research domain (Book review). *Educational Studies in Mathematics, 21*, 93 - 99.

Morgan, C. (2001). Mathematics and human activity: Representation in mathematical writing. In C. Morgan & K. Jones (Eds.), *Research in Mathematics Education Volume 3: Papers of the British Society for Research into Learning Mathematics* (pp. 169 - 182). London: British Society for Research into Learning Mathematics.

Morgan, C. (2009). *Understanding practices in mathematics education: structure and text.* Paper presented at the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Thessaloniki, Greece.

Morgan, C., & Alshwaikh, J. (2012). Communicating experience of 3D space: Mathematical and everyday discourse. *Mathematical Thinking and Learning, 14*(3), 199 - 225.

Morgan, C., Ferrari, P. L., Duval, R., & Høines, M. J. (2005). Language and mathematics ,*CERME 4* (Vol. Working Group 8, pp. 789 - 798). Sant Feliu de Guíxols, Spain.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

O'Halloran, K. L. (2005). *Mathematical discourse: Language ,symbolism and visual images*. London: Continuum.

Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically: Communication in mathematics classrooms*. London: Routledge.

Presmeg, N. C. (1998). Metaphoric and metonymic signification in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior, 17*(1), 25 - 32.

Radford, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics, 70*, 111 - 126.

Radford, L., Bardini, C., & Sabena, C. (2007). Perceiving the general: The multisemiotic dimension of students› algebraic activity. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*(5), 507 - 530.

Schleppegrell, M. J. (2007). Language in mathematics teaching and learning: A research review. Unpublished report prepared for the Spencer Foundation. University of Michigan.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Different webpages (Arabic & English):

http://www.doroob.com/?p=15293

www.mohamedrabeea.com/books/book1_557.doc

http://www.thevoiceofreason.de/article/380 http//:www.uoh4u.com/vb/showthread.php?p193566=

http//:ejabat.google.com/ejabat/thread?tid2884=bf2b3fc61cb5

http//:www.ahlalhdeeth.com/vb/archive/index.php/t.41574-html